

ブラックジャックにおける行動選択がもたらす回収率の変動について

横山 創大 多田 隼秀 山本 蒼士

1. 研究目的

ギャンブルの一種であり、あらゆるギャンブルのなかで唯一回収率が100%を超えるブラックジャックについて、常に最善の行動をし続けた場合にどのくらいの回収率を示すのかを知りたいと考えた。インターネットを用いてブラックジャックの回収率を調べたところ、102%まで上昇しようと書かれていたが、ブラックジャックにはいくつかの戦略が存在する。これらを上手く使うことでさらに高い回収率を出せるのではないかと考えた。

研究目標は、最終的な収支の合計がプラスになり、なおかつ回収率102%を超えること。ここでいう回収率とは1回の試行で得られる見込みの値のことである。例えば、回収率が102%となる時、賭けた金額を100円とすると一試合につき平均で102円返ってくることになる。

2. ルール説明

トランプを用いたカードゲームであり、山札からカードを引いて、手持ちのカードの数字の合計が21を超えない範囲でより21に近い方が勝ちとなる。21を超えることをバーストといい、またはじめに引いた2枚のカードで21ちょうどになることをブラックジャック (BJ) という。プレイヤー対ディーラー (カジノスタッフ) の一対一形式で行われる。ディーラーは必ずカードの合計値が17以上になるまで引き続ける。

(1) ゲームの手順

- ① プレイヤーは一試合ごとに賭ける金額を決める。
 - ② プレイヤー、ディーラーがそれぞれ二枚ずつカードを引く。このときディーラーは二枚のうち一枚を裏返してプレイヤーに見えないようにしておく。
 - ③ プレイヤーは引いたカードの数値の合計値とディーラーの見えるカードから、さらにカードを引くのか引かないのか判断する。この状態からカードを引くことをヒット、引かないことをスタンドという。またプレイヤーは①で賭けた金額を倍にしてからカードを一枚のみ引くこともでき、この操作をダブルという。
 - ④ プレイヤーが引き終わったら、ディーラーは裏返していたカードを表に向け、手札の合計値が17を超えるまでカードを引く。
 - ⑤ ディーラーが引き終わった段階で、手札の数字の合計値の21に近いほうが、その試合の勝者となる。プレイヤーが勝った場合、掛け金の二倍を獲得し、プレイヤーが負けた場合は、掛け金は全額没収となる。ダブルをしてプレイヤーが勝った場合は $2 \times 2 = 4$ 倍の掛け金を獲得することができる。
- * その他プレイヤーが選択できる行動として、インシュアランス、サレンダー、スプリットがある。
 - * スプリット (SP) …最初に配られた2枚のカードが同数の場合、最初に掛けた金額と同額を掛け、そのカードを2つに分けてそれぞれ別のハンド (手持ちのカード) としてプレイを続行できる。
 - * インシュアランス、サレンダーは今回のシミュレーション作成に用いていないため、説明は省く。

(2) 用語解説

各用語の括弧内のアルファベットはそれぞれの用語の略称。

① ベーシックストラテジー (BS)

プレイヤーがカードを引くべきか判断するとき使用される判別表。表中のS.H.Dは各々スタンド、ヒット、ダブルを指す。

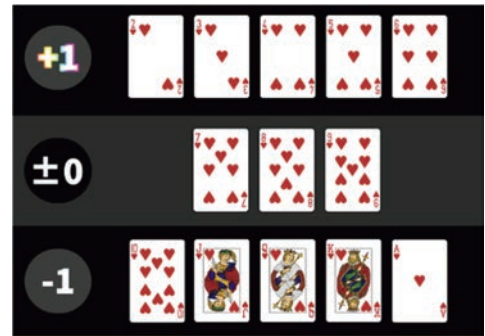
② カードカウンティング (CC)

ブラックジャックでは10、ジャック、クイーン、キングはすべて10としてカウントされる。10とAは-1、7~9は0、2~6は+1として計算を行う。そ

自分の ハンド	ディーラーのアップカード									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17以上	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
8以下	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

の合計値がプラスになればプレイヤーが有利、マイナスになれば不利である。

具体例：プレイヤーの手札の合計値が17 (=10+7)のとき、右表からCC値=-1+0=-1であるから次のゲームでプレイヤーは不利になる。



③ トゥルーカウント

カードカウンティングで求めた合計値を、残りのデッキ数で割った値のこと。トランプのデッキ数が複数ある場合に有効。このカウント値がプラスになれば賭け金を上げ、マイナスになれば賭け金を下げるのが適切な行動とされる。

④ ケリーシステム

ギャンブル一般における最も収益性の高い賭け金額を見つけ出す理論。それぞれのカウントのときにいくらだけ賭ければ最も効率がよく収益性も高くなるのかを求めるもの。以下の公式で求められる。

$$\text{最適な賭け金額} = (\text{プレイヤーの期待収益率}) \times (\text{元手の金額})$$

*期待収益率…本実験②以外の計算はBSによる収益率に「トゥルーカウント×0.5」を足したものをを用いている。

⑤ インデックスナンバー (IN)

BSにCCで求められる値を組み込むことで得られる。より高い精度の行動が可能になるが、これについて説明してある文献が少なくデータの信ぴょう性に欠けていたため、有効性についての検証を行った。

自分のハンド	ディーラーのアップカード									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
18以上	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	-6
16	S	S	S	S	S	H	6	4	0	H
15	-5	-6	S	S	S	H	H	6	3	H
14	-3	-4	-5	-6	-6	H	H	H	H※	H
13	-1	-2	-3	-4	-4	H	H	H	H	H
12	2	1	0	-1	-1	H	H	H	H	H

3. 予備実験①

「独自に改良したBSを使用した場合での勝率が50%を超える。」(引用 科学研究実践活動のまとめ)を検証した。

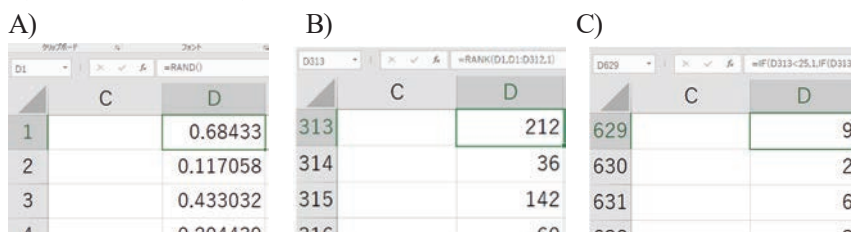
ベーシックストラテジーの改良にあたって注目したのは、スタンドの箇所とディーラーの見せ札との関係である。プレイヤーのカードの合計値が16以下でスタンドして勝つことができるのは、ディーラーがバーストした時だけであり、そのスタンドを左右するのは、ディーラーの見せ札だからである。プレイヤーはスタンドして負けるという傾向があると実験から判明。ディーラーの見せ札が、通常のベーシックストラテジーでは、スタンドする数字だった場合、例えばプレイヤーの合計点が15とすると、見せ札が2, 3, 4, 5, 6のときを考える。試行平均の勝率を基準とし、それを下回った箇所のスタンドをヒットに変更した。11500回試行を行っていた。他の先行研究と比較しても試行回数が少なく信ぴょう性に乏しいため、これが有益なデータとなりうるのか判断するために検証を行った。

(1) 実験方法

Excelを用いて、シミュレーションを作成し、10万回試行して回収率の変動をグラフ化した。作成方法は、以下の8つ手順の通りである。

① シャッフルしたトランプのデッキ

- A) RAND関数を使い0から1の乱数を312個生成する。
- B) RANK関数を使いA)の乱数を1から312の整数の重複しない順列にする。
- C) IF関数を使いB)の1から312の整数を1から13までの整数24組の順列にする。



② 引いたカードの合計の計算

- A) ①で生成されたトランプの数字を上から順に足していくセルを作る。
 B) IF 関数を使い A)で1を引いた場合11として扱うかの判別を行う。
 C) ディーラー側の引いたカードの合計も A),B)のように制作する。

A)

	C	D
974		11
975		21
976		31

B)

	C	D
984		11
985		21
986		31

③ プレイヤーの行動選択

②から引いたトランプの数の合計値から H の場合は0, S の場合は1, D の場合は2, そして SP の場合は3を表示するようにプログラムする。

	D	E	F	G
1027	0	0	3	1
1028	0	1 /		0

④ ディーラー, プレイヤーそれぞれの最終的な手札

- A) ③によってプレイヤーが何枚カードを引いたかを判別してそれに対応する②の値を表示する。
 B) ディーラー側は引いたカードの合計値が17以上となった時の②の値を表示する。またプレイヤー側はスプリットを行うようにセルを3つ作った。

A)

	D	E	F
1759	20	16 /	
1760	/	/	20
1761	/	/	15

B)

	D	E	F
1762	24	22	21

⑤ 勝敗

④のディーラーとプレイヤーの手札を比較しプレイヤーが勝利した場合○, 敗北した場合✕, 引き分けの場合は△を表示する。また互いに21を超えた場合ディーラー側の勝利とする。また自分が BJ (1と10をはじめの二で引いたとき)で勝った場合収支が変わるため◎と表示する。

	E	F	G
1763	✕	○	/
1764	/	/	○
1765	/	/	◎

⑥ 収支の計算

⑤の勝敗をもとに収支の計算を行い勝った場合は賭け金(実験ごとに設定), 負けた場合賭け金分マイナス, 引き分けの場合0円, BJ の場合は掛け金の1.5倍を表示する。また SP の場合は2ゲームの合計の収支を表示する。

	D	E	F
1767	100	100	-200
1768	100	200	0

⑦ 引かれてもう使用されたカードの枚数の計測

③と④から使用したカードの枚数を割り出し表示する。また次のゲームを行う場合この値を見てその値分デッキを減らして, ゲームを行う。

E660	=IF(D1759>21,D1430,D1430+IF(D1749>16,0,IF(D1750>16,1,IF(D1751>16,2,IF(D1752>16,3,IF(D1753>16,4,IF(D1754>16,5,IF(D1755>16,6,IF(D1756>16,7,IF(D1757>16,8,9))))))))))														
	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q		
660	6	5	6	4	7	5	6	4	5	5	9	4	6		

⑧ カウンティング、トゥルーカウントの計算

- A) ⑦で使用したカードの種類から次の試合のCCの値を表示する。
- B) A)のCCの値をデッキ数で割った値を表示する。

E625	=D625+COUNTIF(D629:D940,2)-COUNTIF(E629:E940,2)+COUNTIF(D629:D940,3)-COUNTIF(E629:E940,3)+COUNTIF(D629:D940,4)-COUNTIF(E629:E940,4)+COUNTIF(D629:D940,5)-COUNTIF(E629:E940,5)+COUNTIF(D629:D940,6)-COUNTIF(E629:E940,6)+COUNTIF(D629:D940,11)+COUNTIF(E629:E940,11)-COUNTIF(D629:D940,10)+COUNTIF(E629:E940,10)														
	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
625	0	0	-1	1	3	3	3	4	7	5	8	10	9	10	11
626	0	0	-0.16667	0.16667	0.5	0.5	0.5	0.66667	1.16667	0.83333	1.33333	1.66667	1.5	1.66667	1.83333

(2) 5つのシミュレーションの作成

(1)の8つの手順により、以下の①～⑤の5つのシミュレーションを作成した。

- ① BSのみ順守+賭け金一律(100円)にしたシミュレーション
 - * 以降賭け金は元手の金額を100万円として100円単位でCCによって変動
- ② BSとCCの併用(IN不使用)
- ③ INを順守したシミュレーション
- ④ 独自のINに改変したシミュレーション
(CCを0としたときにIN表がBS表と同じになるように変更した。)
- ⑤ 先行研究の改良型BS検証用シミュレーション

ヒット・スタンド

自分のハンド	ディーラーのアップカード									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
18以上	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	-6
16	S	S	S	S	S	H	6	4	0	H
15	-5	-6	S	S	S	H	H	6	3	H
14	-3	-4	-5	-6	-6	H	H	H	H*	H
13	-1	-2	-3	-4	-4	H	H	H	H	H
12	2	1	0	-1	-1	H	H	H	H	H

ベーシックストラテジー表(ハードハンド)

自分のハンド	ディーラーのアップカード									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17以上	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
8以下	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

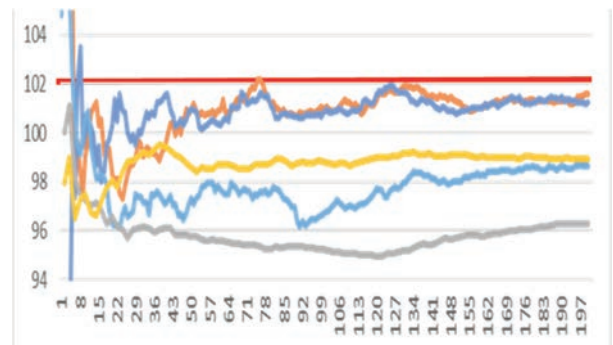
(3) 制作したシミュレーションの条件

- ・H(ヒット) D(ダブル) S(スタンド)に加えスプリットを考慮。
- ・サレンダー、インシュアランスは考慮しないものとする。
- ・賭け金は100円単位で変更する。
- ・初めの所持金は100万円とする。
- ・所持金の上限はないものとする。(破産しない)

(4) 結果

BS目標である回収率102% (左図太線)を最終的に超えるものなかった。

- ・BSとCC併用(101.8%)
- ・独自のINに改変(101.5%)
- ・BSのみ順守+賭け金一律(99.0%)
- ・IN順守(98.6%)
- ・先行研究の改良型BS検証用(96.1%)



(5) 考察

賭け金を一律にした場合、勝っても負けても収支の変動が小さいため1)のグラフでは回収率の大きな変動が起こらなかつたと考えられる。5)の結果から先行研究の「独自改良型BS使用での勝率が50%を超える」という結果は、試行回数的に誤っていると考えられる。2)の回収率が、3)の回収率よりも高いことからINが誤りであると考えられる。またINが誤りである可能性が高いことから独自のBSの修正方法を発案しようと考えた。HかSを選択する上でディーラーのバースト率とプレイヤーのバースト率のみがこの選択にかかわる確率ではないかと考えた。そのためそれらの確率がHかSかを判断する基準と比例関係があると仮説を立て、本実験①を設定した。

4. 本実験①

(1) 実験方法

ディーラーの非バースト率 / プレイヤーのバースト率の形で表される式を考え、Excel で求められたバースト率をこの式に代入した。ヒットとスタンドの切り替え点である (ディーラーの表向きの手札: プレイヤーの手札の合計値) = (3 : 1 2), (4 : 1 2) に注目, (右上図赤枠) この時における上式の値の平均値を基準値とした。

(3 : 1 2) のとき 2.03, (4 : 1 2) のとき 1.97 という値をとり, この二つの値を境に行動が変化することから, この二つの値の平均値 2.00 より大きい場合はヒット, 小さい場合はスタンドを選択するように BS 表の改善を行った。

右図赤枠で囲った箇所を修正, CC によって各値での行動が変化するように回収率を再度計算する。

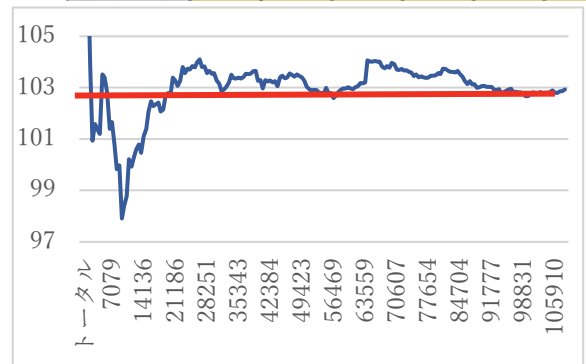
17以上	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H
15	S	S	S	S	S	H
14	S	S	S	S	S	H
13	S	S	S	S	S	H
12	H	H	S	S	S	H
11	D	D	D	D	D	D
10	D	D	D	D	D	D

15	S	S	S	S	S	H
14	S	S	S	S	S	H
13	-5	-5	-5	-6	-6	H
12	+2	+1	-1	-1	2	H
11	D	D	D	D	D	D
10	D	D	D	D	D	D
9	+3	D	D	D	D	H
8以下	H	H	H	H	H	H

(2) 結果

試行回数を重ねるごとに収束していき, 回収率約 102.9% (右図太線) を達成できた。

(横軸: 試行回数 縦軸: 回収率)



(3) 考察

回収率約 102.9% を出すことができたことから私たちの考えた修正方法で回収率を上げられた。

5. 予備実験②

(1) 実験方法

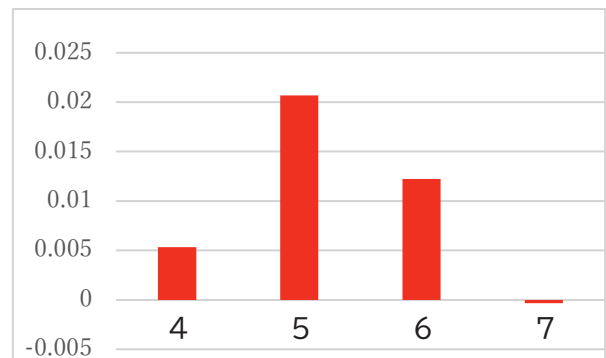
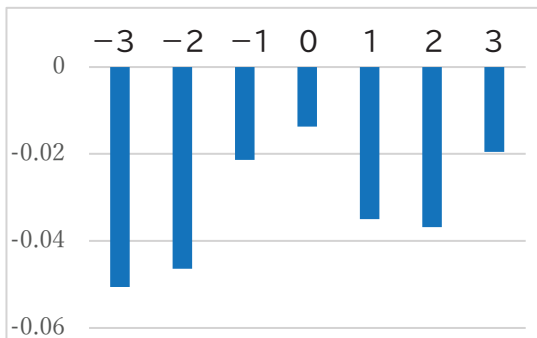
より高い回収率を出すために今度は賭け金に注目。ケリーシステムを用いて最適な賭け金額になる時の CC 値を求める。

右のようにシミュレーションで出た値の, 勝ち数, 負け数, BJ した数を記入し, 計 100 回ずつ計算。CC による期待収益率の増減をみる。

344					
345	カウンティング				
346	-3	1	2	3	4
347	負け数	11	28	26	42
348	トータル	11	39	65	107
349	勝ち数	13	16	11	33
350	トータル	13	29	40	73
351	BJ数	0	2	2	5
352	トータル	0	2	4	9
353	ケリー	0.083333	-0.1	-0.17431	-0.10847

(2) 結果

CC 値が 4, 5, 6 の時に賭け金を上げる。(横軸: CC 値 縦軸: 期待収益率) CC 値が 4, 5, 6 の時に期待収益率が大きくなるのが分かった。



CC 値	-3	-2	-1	0	1	2
期待収益率	-0.050640	-0.046440	-0.021370	-0.013750	-0.034990	-0.036900
CC 値	3	4	5	6	7	
期待収益率	-0.019540	0.005339	0.020696	0.012234	-0.000320	

(3) 考察

CC 値と比例関係になっていないのは独自のBSがCC値によって変化するようになってきているため勝率が変動しているからなのではないかと考えた。

シミュレーション自体に何らかの不具合がある可能性もあるがエクセルにはエラーが分かるような仕組みがあり、今までのシミュレーションを基に作成しているため、不具合が起きているとは考えづらい。

6. 本実験②

(1) 実験方法

予備実験②から得られたデータをケリーシステムに代入。元手金額を100万円として計算する。

4の時 $0.005339 \times 100 \text{万} \approx 5300 \text{円}$

5の時 $0.020696 \times 100 \text{万} \approx 20700 \text{円}$

6の時 $0.012234 \times 100 \text{万} \approx 12200 \text{円}$ を賭け金額として以下の条件下で計算を行う。

(条件)

- ・賭け金は100円単位で変更できる。
- ・初めの所持金は100万円とする。
- ・CC値4, 5, 6以外の場合はケリーシステムの値がマイナスとなるため最低賭け金額の100円とする。

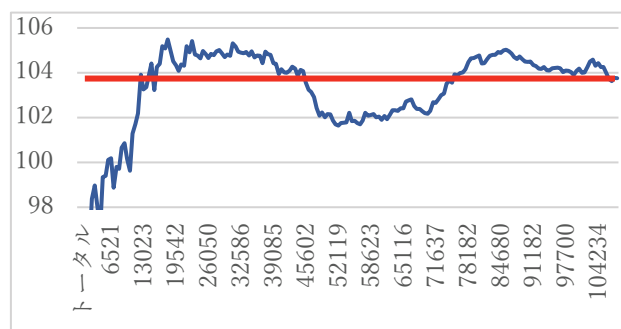
(2) 結果

最終的な回収率は103.8% (左図太線) になり、本実験①の回収率を上回った。

(横軸：試行回数 縦軸：回収率)

(3) 考察

回収率は前回の6)よりも上昇したことからCC値4, 5, 6の時賭け金を上げると回収率は上昇する。



7. 結論

今回の研究から、ベーシックストラテジーを右図の赤枠で囲った箇所を変更し、試合中に得たCC値が該当する箇所に記されたCC値より大きい場合はヒット、小さい場合はスタンドを選択(赤枠内が+3の箇所は例外的に大きい場合はダブル、小さい場合はヒット)する。さらに試合中に得たCC値が

4の時は、 $0.005339 \times \text{元手金}$

5の時は、 $0.020696 \times \text{元手金}$

6の時は、 $0.012234 \times \text{元手金}$

とし、それ以外の場合のCC値では最低賭け金額を賭けると(賭けなくてもいい場合は賭けない)実験結果から最適な状態でゲームを進められることがわかった。実際のカジノでCCを利用することは禁止されているが、「所持金が無限にある設定で常に最善の行動をとり続けるとここまで回収率を上げることができる。」というこは示すことができた。

ベーシックストラテジー表(ハードハンド)

自分のハンド	ディーラーのアップカード									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
17以上	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13	-5	-5	-5	-6	-6	H	H	H	H	H
12	+2	+1	-1	-1	2	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	+3	D	D	D	D	H	H	H	H	H
8以下	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

8. 謝辞

今回の研究を行うに際して、温かいご指導ご鞭撻を賜りました吉田先生や田中先生、作榮先生に心より感謝申し上げます。

9. 参考文献

- ベーシックストラテジーの勝率, 期待値を徹底解説!

媒体名: インターネット

リンク先: <https://www.techtrade.yorkshire.co.uk/basicstrategy/>

- Allvideoslots.com - オンラインカジノ

媒体名: インターネット

リンク先: <https://allvideoslots.com>

- ブラックジャックのカウンティングの使い方を知ろう

媒体名: インターネット

リンク先: <https://legacy10.com/blackjack-counting>

- インデックスナンバーとは (ブラックジャックのカジノカウンティング技術)

媒体名: インターネット

リンク先: <http://www.blackjackgamesranking.info/howtobet/joukyuhen/indexnumber.html>

- 収益性の高いベットの仕方: ケリーシステム

媒体名: インターネット

リンク先: <http://www.blackjackgames-ranking.info/howtobet/joukyuhen/kelysystem.html>