

滑りにくい砂の条件

小倉 優仁 寺元 希咲 長町 一輝

A: 研究目的

体育祭のリレーでは、滑って転んでしまう人が必ずいるので、どのような砂なら滑りにくいのか調べたいと思った。運動場の砂に関する研究は、1961年の京都大学農学部演習林報告として「運動場走路の構造に関する研究」があるが、この論文でも触れられている通り、運動上の砂において重要なことは、雨が降った後でもただちに使用できるかどうかや、維持の容易さや、経済性である。そのことは、砂を販売している企業のホームページからも見受けられ、砂と靴底の滑りやすさについて、砂に注目して実験を行っている先行研究は見つからなかった。

そこで私たちは、本校運動場の砂とゴム板（靴底をイメージ）においても、まずは「摩擦の法則」が成り立つかどうかを調べ、その結果を参考にして「滑りにくい砂の条件」を見つけることを、研究目的とした。一つ一つの砂粒は転がるように動くのかもしれないが、物体が転がる場合においても摩擦力は働くので、砂の上においても平面と同様に「摩擦の法則」は成り立つと仮説を立てた。ここで言う「摩擦の法則」は、物理の授業で習った「摩擦力の大きさが、①物体を動かす速さによらないこと、②垂直抗力に比例すること、③接触面の面積によらないこと」を指す。

滑りにくい砂の条件の一つでも見つけることができれば、より安全な運動場の研究に繋がるかもしれない。

B: 研究方法

実験に使用した器具や材料は以下の通りである。

- ・力センサ (PS-2189) ...島津理化から購入
- ・距離センサ (PS-2103A) ...島津理化から購入
- ・ゴム板 (大きさ 10×10 [cm²], 質量: 351.9 [g], 重さ: 3.449 [N]) ...東急ハンズで購入
- ・おもり (質量: 100 [g], 1 [kg]) ...物理実験室にあった。
- ・砂...本校運動場で採取
- ・篩...地学準備室にあった。

初めに本校運動場で採取した砂を篩にかけ、砂粒の大きさが異なる 4 種類のサンプル (砂粒の大きさが 0.25mm 以下, 0.25~0.50mm, 0.50~1.0mm, 1.0~2.0mm) を準備した (写真 1)。次にアクリル板で作った箱の中に、十分な厚みになるよう砂のサンプルを敷き、その上に靴底に見立てて「ゴム板とおもりを接着した物体」を置き、その物体を力センサを用いてゆっくりと押した (写真 2)。この時、力センサの先端は平坦なゴム形状に付け替えており、力センサの下にもゴム板を置きその上を滑らせるように物体を押すことで、物体を水平に押せるよう細心の注意を払った。そしてゴム板を動かしている時、ゴム板の前方に置いた距離センサでゴム板の位置を読み取り、時刻の変化に伴う位置の変化をグラフ化する。そのグラフが直線となっている時間は、ゴム板が等速直線運動をしている時であり、すなわち力センサでゴム板を押す力とゴム板が砂から受ける抵抗力がつり合っている時なので、その時間における力センサの値の平均値を、ゴム板が砂から受ける抵抗力とした (グラフ 1)。

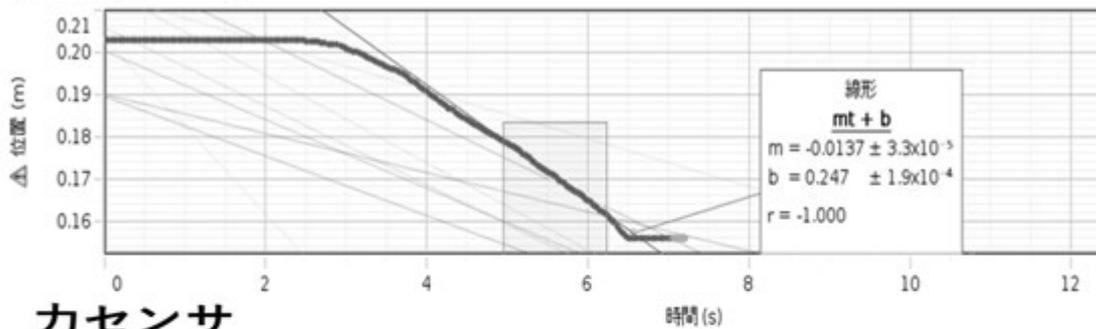


(写真 1) 4 種類の砂のサンプル

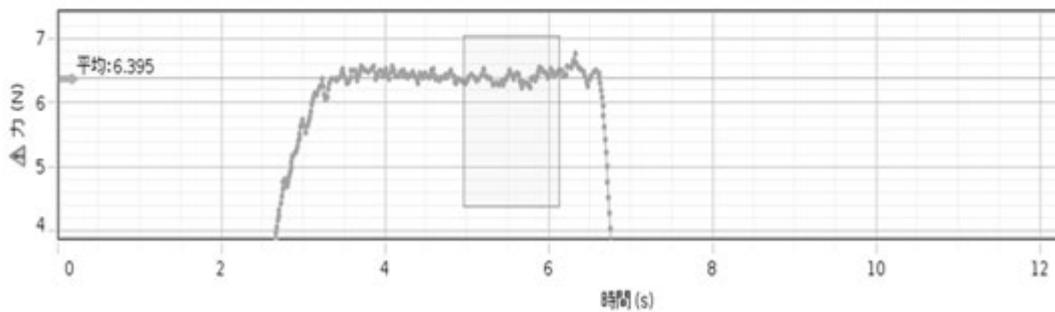


(写真 2) 実験の様子

距離センサ



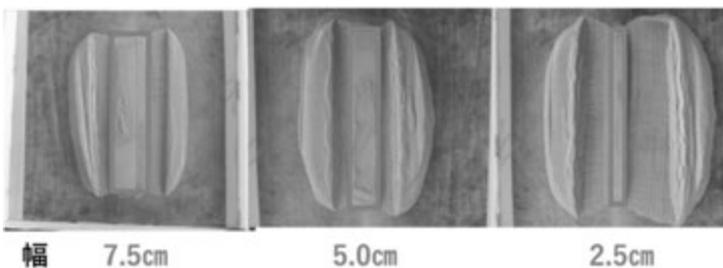
力センサ



(グラフ 1) 抵抗力の決定方法の例

実験①【 2020/ 1/31, 2020/ 6/ 3 】

実験①では、運動場の砂とゴム板においても、物理の授業で習った「摩擦の法則」が成立するかどうかを調べるため、ゴム板を動かす速さと抵抗力、垂直抗力と抵抗力、接触面の面積と抵抗力の関係を調べた。ゴム板を動かす速さは、ゴム板を押す力を変化させることで変え、その値は $x-t$ グラフの傾きで求めた。垂直抗力は、ゴム板の上に載せるおもりを 1.0kg, 1.5kg, 2.0kg, 2.5kg と変えることで変化させた。接触面の面積は、ゴム板を滑らせる砂の幅を 10cm, 7.5cm, 5.0cm, 2.5cm と変えて実験を行った (写真 3)。なお、ゴム板自体の幅は 10cm である。実験はそれぞれ 5 回ずつ行った。また、摩擦力は湿度や気圧などの影響も受けるため、速さと垂直抗力を入力変数とした実験は 2019 年 1 月 31 日の午後に行えるだけ短時間ですべて行い、接触面の面積を入力変数とした実験は 2019 年 6 月 3 日 14 時 40 分～15 時 30 分で素早く正確に行った。



(写真 3) 入力変数を接触面の面積とした実験における砂の写真

実験②【 2020/ 5/27, 2020/ 6/ 3 】

実際の運動場の砂は、様々な大きさの砂粒が混ざっているため、砂粒の大きさが異なるサンプル同士を混ぜ合わせた場合の抵抗力がどうなるかを調べたいと思った。そこで実験②では、砂粒の大きさが異なる 2 つのサンプルを体積比 1:1 で混合した時の抵抗力を調べた。サンプルは、①0.25mm 以下と 0.25～0.50mm の混合、②0.25mm 以下と 0.50mm～1.0mm の混合、③0.25mm 以下と 1.0mm～2.0mm の混合、④0.25mm～0.50mm と 0.50mm～1.0mm の混合、⑤0.25mm～0.50mm と 1.0～2.0mm の混合、⑥0.50mm～1.0mm と 1.0mm～2.0mm の混合の 6 種類である (表 1)。実験はそれぞれ 5 回ずつ行った。

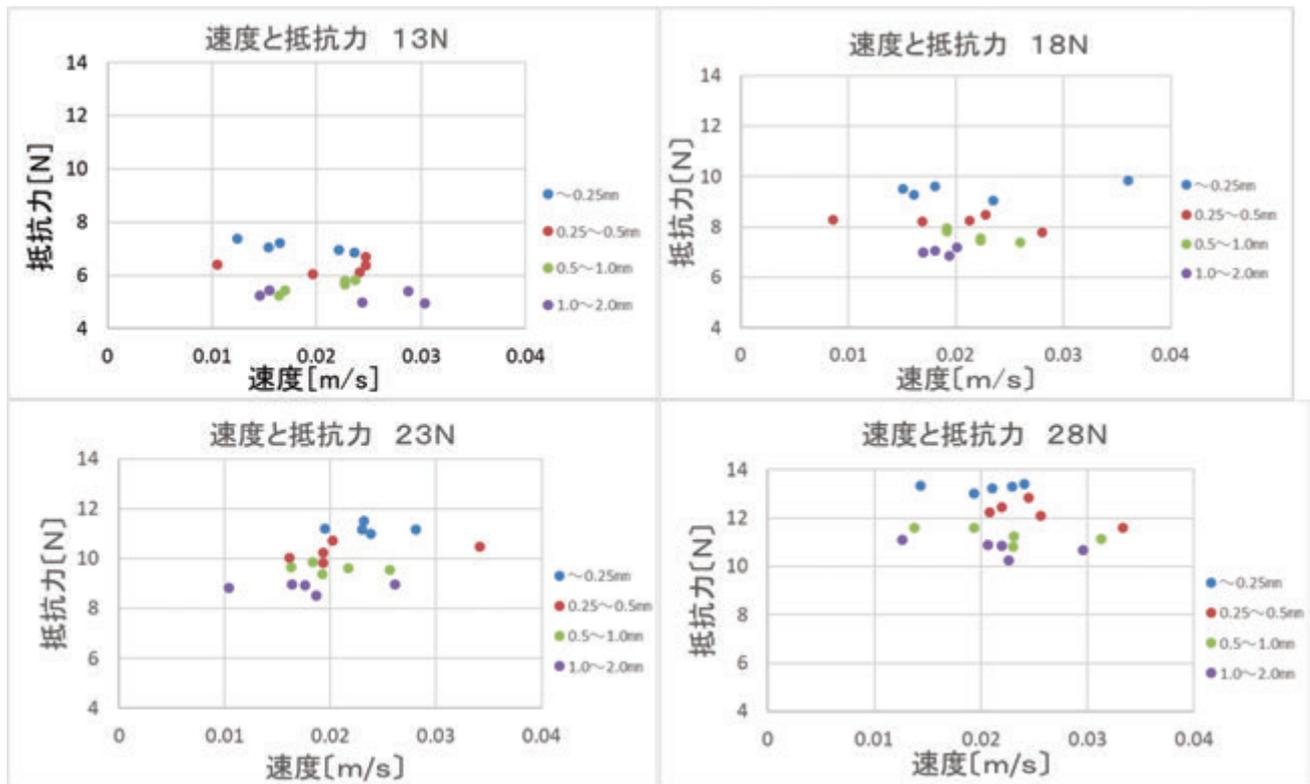
	0.25mm以下	0.25～0.5mm	0.5～1.0mm	1.0～2.0mm
0.25mm以下		①	②	③
0.25～0.5mm	①		④	⑤
0.5～1.0mm	②	④		⑥
1.0～2.0mm	③	⑤	⑥	

(表1) サンプル同士の混合の組み合わせ

C: 得られた結果

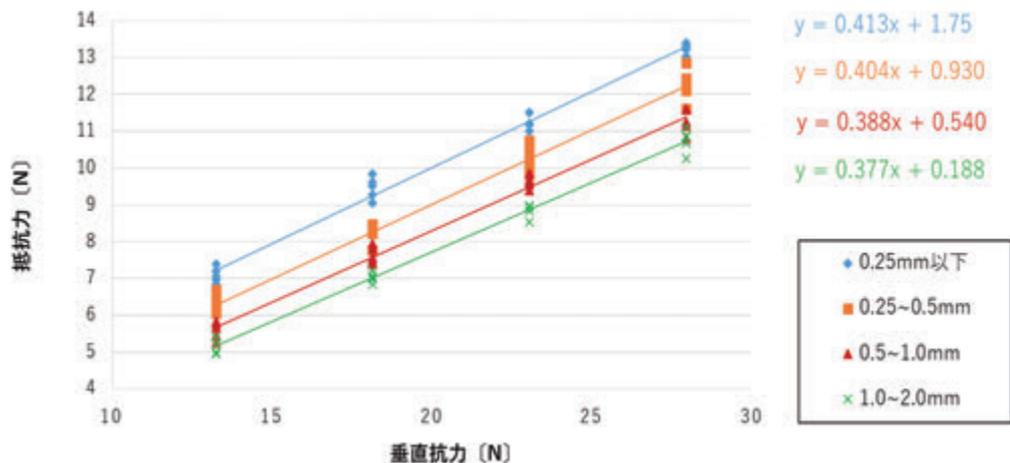
実験①

ゴム板を押す速さと抵抗力の関係を、垂直抗力が13N、18N、23N、28Nの場合に分けて(グラフ2)に示す。砂粒の大きさ毎にプロットを色分けしている。どの垂直抗力の場合においても、速さと抵抗力には関係がない、あるいは弱い負の相関があると言える。また砂粒が小さい程、抵抗力は大きくなった。



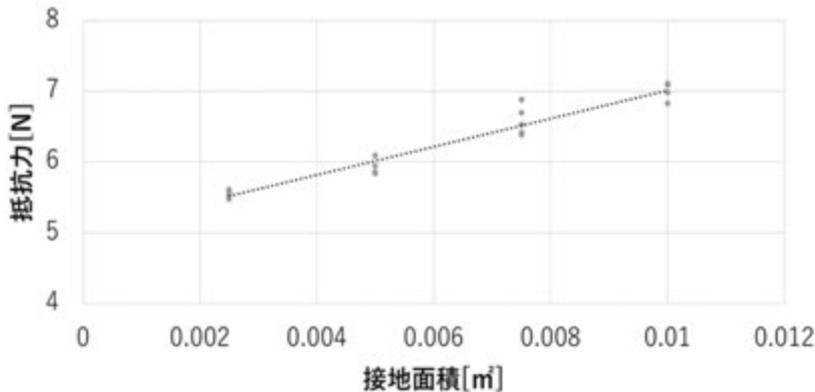
(グラフ2) 速さと抵抗力の関係

次に、垂直抗力と抵抗力の関係を(グラフ3)に示す。砂粒の大きさ毎に、プロットを色分けしている。どのサンプルにおいても抵抗力は垂直抗力に比例した。また、グラフを一次関数で近似して式にすると、砂粒が小さい程、傾き及び切片が共に大きい結果となった。



(グラフ3) 垂直抗力と抵抗力の関係

最後に、ゴム板と砂の接触面の面積と抵抗力の関係を（グラフ 4）に示す。面積が大きい程、抵抗力が大きくなると言える。ただし、この実験における接触面の面積は、ゴム板を載せる前の面積であり、砂は変形するため正確性に欠ける。グラフの直線は目安であり、直線的に変化するとは考えていない。



（グラフ 4）接触面の面積と抵抗力の関係

以上より、砂の上における抵抗力と平面における摩擦力では、同じ点と異なる点があることが分かった。結果を（表 2）にまとめる。

	平面における摩擦力	砂の上における抵抗力
速さ	関係ない。	あまり関係ないが、速い程、抵抗力は小さくなる可能性あり。
垂直抗力	比例する。	比例するが、切片も見られる。
面積	関係ない。	面積が大きい程、抵抗力が大きくなる。

（表 2）砂の上における抵抗力と平面における摩擦力の同じ点と異なる点

実験②

砂粒の大きさが異なる 2 つのサンプルを体積比 1 : 1 で混合した時の抵抗力の値を（表 3）に示す。単位は [N] である。（表 3）より、抵抗力が大きくなるのは砂粒の大きさが小さいサンプル同士を混合したときであり、最も抵抗力が大きくなるのは 0.25mm 以下の単一サンプルであると分かった。また、0.25mm 以下のサンプルが含まれている混合サンプルは抵抗力が大きくなる傾向がみられた。

	0.25mm以下	0.25-0.50mm	0.50-1.0mm	1.0-2.0mm
0.25mm以下	0.5354	0.5182	0.4717	0.4484
0.25-0.50mm	0.5182	0.4776	0.4548	0.4420
0.50-1.0mm	0.4717	0.4548	0.4225	0.4259
1.0-2.0mm	0.4484	0.4420	0.4259	0.3926

（表 3）2 つのサンプル同士を体積比 1 : 1 で混合した時の抵抗力の値 [N]

D：考察

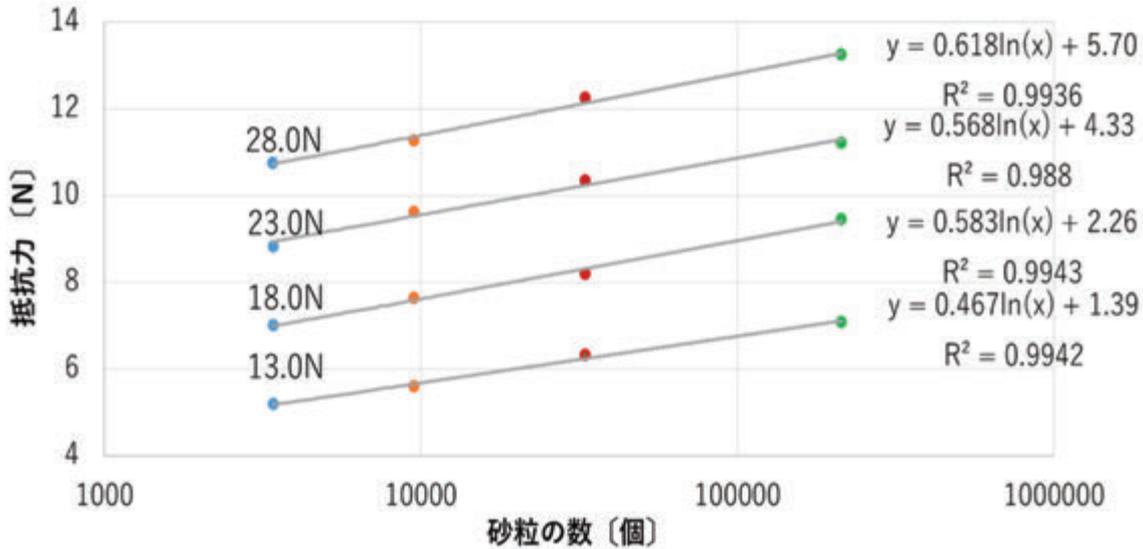
砂粒の大きさが小さいサンプル程、抵抗力は大きくなり、またゴム板と砂の接触面の面積が大きくなる程、抵抗力が大きくなったことから、抵抗力はゴム板と接する砂粒の数にも依存するのではないかと仮説を立てた。「ゴム板と接する砂粒の数と抵抗力の関係」を調べるため、以下の二通りの方法で、ゴム板と接する砂粒の数を数えた。

方法①：ゴム板の中央に 1.4×1.4cm² の両面テープを貼り、その面を下にして砂の上に載せ、両面テープに砂を付着させた。その後、両面テープに付着している砂を、ピンセットを用いて目視で一粒一粒取り除きながら数えた。一種類の砂サンプルにつき、3 人の別の人間が数え、平均値をとった。両面テープの面積とゴム板全体の面積との比率を用いて、ゴム板全体に接しているであろう砂粒の数を算出した。なお、砂粒の大きさが 0.25mm 以下のサンプルは、目視で数えることが不可能であったため、この方法は実施できていない。

方法②：プレパラートに両面テープを貼り、その面を下にして砂の上に載せた後、両面テープに着いた砂を顕微鏡を見ながら数えた。方法①と同様に、一種類の砂サンプルにつき、3 人の別の人間が数え、平均値をとった。顕微鏡にはマイクロメーターを装着しており、見えている範囲の面積を算出することができるため、その面

積とゴム板全体の面積との比率を用いて、ゴム板全体に接しているであろう砂粒の数を算出した。

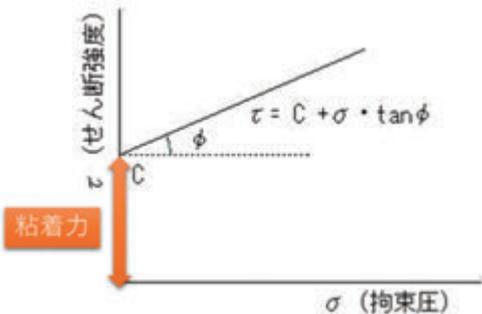
上記のいずれの方法においても、算出した各サンプル毎の砂粒の数はほぼ同じとなったため、砂粒の大きさが 0.25mm 以下のサンプルでも数えることができる顕微鏡を用いて算出した値を使ってグラフを作成した。ゴム板を動かす前にゴム板と接触している砂粒の数と抵抗力の関係を（グラフ 5）に示す。横軸は対数目盛を使用している。砂粒の大きさ毎にプロットを色分けしており、青：1.0～2.0mm，オレンジ：0.50～1.0mm，赤：0.25～0.50mm，緑：0.25mm 以下である。



(グラフ 5) ゴム板が接する砂粒の数と抵抗力の関係

どの垂直抵抗力においても、ゴム板と接する砂粒の数が増える程、抵抗力は大きくなり、それらが対数の関係となっていたことは実に興味深い。この実験で抵抗力としている力が摩擦力であるならば、接する砂粒の数が増えてもその分だけ一粒あたりの垂直抵抗力が小さくなるため、全体としての抵抗力は一定となるはずだが、このグラフが一定となっていないことから、砂とゴム板では摩擦力以外の力がはたらいいて、その力は、砂粒の大きさが小さい程大きくなると考えられる。

ここで、実験①で「垂直抵抗力と抵抗力の関係」を式にした際、切片として、垂直抵抗力が 0 [N] の時にも抵抗力が見られたことに注目したい。このことに関して調べてみたところ、土木分野の実験で、砂と砂をずらすとき、拘束圧 δ (上から押さえつける力) とせん断強度 τ (砂と砂とをずらす力) には比例の関係があり、そこでの切片は「粘着力」と定義されていた (参考: グラフ 6)。(グラフ 6) と、私たちの実験における (グラフ 3) が類似していることから、私たちの実験では、砂とゴム板の間だけでなく、砂粒と砂粒の間も滑っている可能性が考えられ、また砂粒と砂粒の間にここで言う粘着力の様な力がはたらいっている可能性も考えられる。私たちの実験における切片の意味、そして砂粒の形や砂粒同士の接し方を考え、どのようなモデルであれば実験結果と一致するのかについて考えることが今後の課題である。



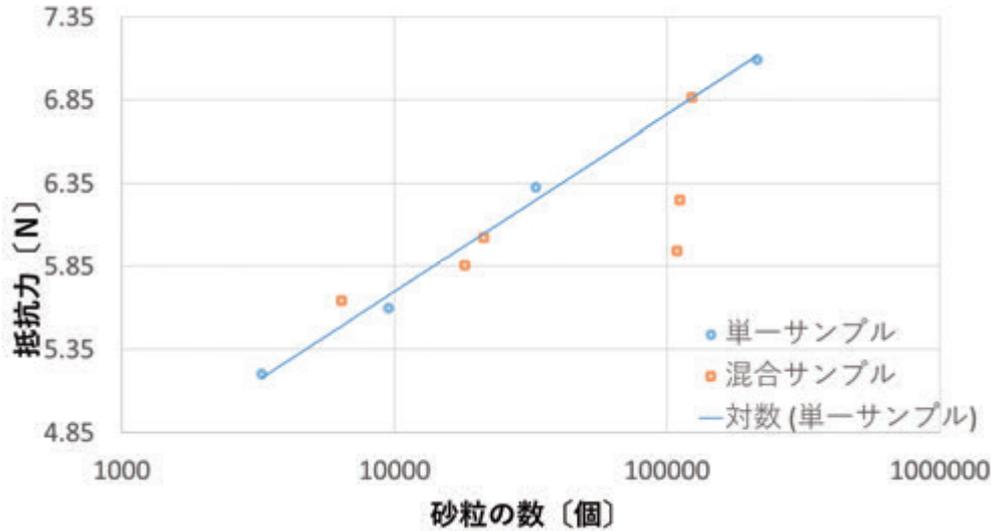
(グラフ 6)

*粘着力...土のせん断強さ S を示すクーロンの方程式 $s=c+\delta \tan \varphi$ において、 c で示される部分。

δ : 拘束圧, φ : 内部摩擦角。

続いて実験②についても、砂粒の数と抵抗力の関係を調べたいと思ったが、混合サンプルの砂は大きさが大きく異なる砂粒同士が混ざっているため、単一サンプルの時と同じ方法で砂粒の数を数えることができなかつ

た。しかし、混合サンプルにおいても砂粒の数と抵抗力に対数の関係があるのか気になったため、正確性に欠けることは承知で、混ぜ合わせる前のそれぞれの単一サンプルの砂粒の数の平均値（足して2で割る）を用いて（グラフ7）を作成してみた。



（グラフ7）砂粒の数と抵抗力の関係（垂直抗力は13.0Nの場合）

グラフの右側にあるオレンジ色の2点を除けば、混合サンプルにおいても、砂粒の数と抵抗力には概ね対数の関係があるのかもしれない。単一サンプルの直線上に載っていない2点は、0.25mm以下と0.50～1.0mm、0.25mm以下と1.0～2.0mmの混合サンプルで、つまり最も小さいサンプルと最も大きいサンプル、次に大きいサンプルを混ぜ合わせた場合である。混合サンプルの砂粒の数自体が平均値であり正確でないため、これ以上考察できないことが残念である。

また全体を通じて、この実験は、実際に運動場を走る時よりも遅い速さ、小さい垂直抗力でデータを取っているため、体育祭でも滑りにくい運動場の砂を提案するためには、実際に走った時に相当する速さ、垂直抗力で実験を行う必要がある。

E：結論

滑りにくい運動場の砂は、小さくて粒が揃っている砂である。また、粒が揃っている砂の場合、ゴム板に接する砂粒の数と抵抗力には対数の関係がある。

F：謝辞

この研究を指導して下さった本田一恵先生をはじめ、高松第一高等学校の先生方に厚く感謝申し上げます。

G：参考文献

- ・運動場走路の構造に関する研究 京都大学農学部演習林報告 新田 伸三
- ・（グラフ6）は「トトがんばる（ウェブサイト）」より引用
<https://dototobest.blogspot.com/2015/04/blog-post.html>